

$$t = 2^x \text{ とおくと, } 2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \frac{1}{t}$$

$$y = \frac{2^x - 2^{-x}}{2} \iff y = \frac{1}{2} \left(t - \frac{1}{t} \right)$$

$$\iff t^2 - 2yt - 1 = 0$$

$$\text{ゆえに } t = y \pm \sqrt{y^2 + 1}$$

ここで $t = 2^x > 0$ であり, また

$$y^2 < y^2 + 1 \text{ より } -\sqrt{y^2 + 1} < y < \sqrt{y^2 + 1}$$

であるから, $t = 2^x = y + \sqrt{y^2 + 1}$

$$\iff x = \log_2(y + \sqrt{y^2 + 1})$$

x, y を入れ替えて, 逆関数は

$$y = \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

グラフは次ページ

