

46 ページ	章末問題 2.16	解答	1/2
--------	-----------	----	-----

$$(1) \ y' = \frac{1}{x^2 + 1} \text{ より } y'(x^2 + 1) = 1$$

両辺の $n (n \geq 1)$ 次導関数を考えると

$$\{y'(x^2 + 1)\}^{(n)} = 1^{(n)} = 0$$

ライプニッツの公式を適用して

$$(y')^{(n)}(x^2 + 1) + {}_nC_1(y')^{(n-1)}(x^2 + 1)' \\ + {}_nC_2(y')^{(n-2)}(x^2 + 1)'' = 0$$

したがって

$$y^{(n+1)}(x^2 + 1) + 2nxy^{(n)} + n(n-1)y^{(n-1)} = 0$$