

$\frac{1}{2x+1} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{t+1}$ と変形して積分する.

変数分離形

$$\int \frac{dx}{2x+1} = \int \frac{dt}{t+1}$$

$$\triangle \int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \log |ax+b|$$

(p.49 例題 3.2)

$$\frac{1}{2} \log |2x + 1| = \log |t + 1| + C$$

$$\log |2x + 1| = 2 \log |t + 1| + 2C$$

$2C$ を改めて C とおく

$$\log |2x + 1| - 2 \log |t + 1| = C$$

$$\log \left| \frac{2x + 1}{(t + 1)^2} \right| = C$$

$$\frac{2x + 1}{(t + 1)^2} = \pm e^C$$

$\pm e^C$ を改めて C とおく

$$2x + 1 = C(x + 1)^2$$

$\frac{C}{2}$ を改めて C とおく

$$\therefore x = C(x + 1)^2 - \frac{1}{2} \quad (C \text{ は任意定数})$$