まず，斉次方程式 $\dfrac{dx}{dt} + x\tan t = 0$ を解く．

1 階線形

$$\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = -\tan t$$

$$\int \frac{dx}{x} = -\int \tan\ dt$$

右辺では，$\cos t = s$ の置換積分を用いる

$$\log|x| = \log|\cos t| + C$$

$$\frac{x}{\cos t} = \pm e^{C} = C$$

$\pm e^{C}$ を改めて C とおく

$$x = C\cos t \tag{1}$$

(1) の C を関数 u で置き換える.

104 ページ	章末問題 5.1(5)	解答	3/3

$$\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt}\cos t - u\sin t$$

元の方程式に代入

$$\frac{du}{dt}\cos t = \cos^2 t$$

$$u = \int \cos t\, dt = \sin t + C$$

$$\therefore \quad x = (\sin t + C)e^{-t} \qquad (C\ \text{は任意定数})$$