

斉次の一般解を求める.

$$\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$$

$$\lambda = 1, -2$$

よって, 斉次の一般解は

$$x = C_1 e^t + C_2 e^{-2t} \tag{1}$$

非斉次の1つの解を $x = a$ (a は定数) とおく.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

代入して

$$-2a = 2 \quad a = -1$$

よって、1つの解は $x = -1$ (2)

(1) (2) より, 非斉次の一般解は

$$x = -1 + C_1 e^t + C_2 e^{-2t} \quad (3)$$

微分して $\frac{dx}{dt} = C_1 e^t - 2C_2 e^{-2t} \quad (4)$

(3), (4) に $t = 0, x = 0, \frac{dx}{dt} = 1$ を代入して

$$C_1 + C_2 = 1, C_1 - 2C_2 = 1$$

これから $C_2 = 0, C_1 = 1$

よって、求める解は

$$x = -1 + e^t$$