104 ページ	章末問題 5.3(2)	解答	1/4

斉次の一般解を求める.

$$\lambda^2 + 2\lambda = 0$$

$$\lambda = 0,\ -2$$

よって，斉次の一般解は

$$x = C_1 + C_2 e^{-2t} \tag{1}$$

104 ページ	章末問題 5.3(2)	解答	2/4

非斉次の１つの解を $x = a\,e^t$（a は定数）とおく．

$$\frac{dx}{dt} = a\,e^t,\ \ \frac{d^2x}{dt^2} = a\,e^t$$

代入して

$$3a\,e^t = e^t \quad a = \frac{1}{3}$$

よって、１つの解は　$x = \dfrac{1}{3}e^t$　　(2)

(1) (2) より，非斉次の一般解は

$$x = \frac{1}{3}e^t + C_1 + C_2 e^{-2t} \tag{3}$$

微分して $$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{3}e^t - 2C_2 e^{-2t} \tag{4}$$

(3), (4) に $t=0,\ x=0,\ \dfrac{dx}{dt}=1$ を代入して

$$C_1+C_2=-\frac{1}{3},\ -2C_2=-\frac{1}{3}$$

これから　$C_2=\dfrac{1}{6},\ C_1=-\dfrac{1}{2}$

よって，求める解は

$$x=\frac{1}{3}e^t+\frac{1}{6}e^{-2t}-\frac{1}{2}$$