

104 ページ	章末問題 5.3(3)	解答	1/4
---------	-------------	----	-----

斉次の一般解を求める.

$$4\lambda^2 + 1 = 0$$

$$\lambda = \pm \frac{i}{2}$$

よって, 斉次の一般解は

$$x = C_1 \cos \frac{t}{2} + C_2 \sin \frac{t}{2} \quad (1)$$

非斉次の 1 つの解を $x = a \cos t + b \sin t$ (a, b は定数) とおく.

$$\frac{dx}{dt} = -a \sin t + b \cos t,$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a \cos t - b \sin t$$

もとの方程式に代入

104 ページ	章末問題 5.3(3)	解答	3/4
---------	-------------	----	-----

$$-3a \cos t - 3b \sin t = \sin t$$

$$\text{これから } a = 0, b = -\frac{1}{3}$$

$$\text{よって、1つの解は } x = -\frac{1}{3} \sin t \quad (2)$$

(1) (2) より, 非斉次の一般解は

$$x = -\frac{1}{3} \sin t + C_1 \cos \frac{t}{2} + C_2 \sin \frac{t}{2} \quad (3)$$

104 ページ	章末問題 5.3(3)	解答	4/4
---------	-------------	----	-----

(3) に $t = 0, x = 0$ および $t = \pi, x = 1$ を代入して

$$C_1 = 0, C_2 = 1$$

よって, 求める解は

$$x = -\frac{1}{3} \sin t + \sin \frac{t}{2}$$