104ページ	章末問題5.4	解答	1/4

x, yの一方を消去する.

第1式より $\quad y = \dfrac{dx}{dt} - e^{2t} \qquad (1)$

微分して $\quad \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} - 2e^{2t}$

第2式に代入して整理

$$\frac{d^2x}{dt^2} - x = 2e^{2t}$$

2階線形

斉次の一般解

$$\lambda^2 - 1 = 0$$

$$\lambda = \pm 1$$

よって，斉次の一般解は

$$x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} \tag{2}$$

非斉次の1つの解を $x = ae^{2t}$（a は定数）とおく．

$$\frac{dx}{dt} = 2ae^{2t}, \ \frac{d^2x}{dt^2} = 4ae^{2t}$$

もとの方程式に代入

$$3ae^{2t} = 2e^{2t}$$

これから　$a = \dfrac{2}{3}$　　$\therefore$　$x = \dfrac{2}{3}e^{2t}$　　(3)

(2) (3) より，非斉次の一般解 x は

$$x = \frac{2}{3}e^{2t} + C_1 e^t + C_2 e^{-t}$$

(1) に代入して y を求めると

$$y = -\frac{2}{3}e^{2t} + C_1 e^t - C_2 e^{-t}$$

(C_1，C_2 は任意定数)