

$$\frac{1}{x(A-x)} \frac{dx}{dt} = k \text{ と変形 (変数分離形)}$$

$$\int \frac{dx}{x(A-x)} = k \int dt$$

部分分数分解を用いる

$$\frac{1}{x(A-x)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{A-x} \text{ とおく}$$

$$\frac{1}{x(A-x)} = \frac{a(A-x) + bx}{x(A-x)}$$

分子を等しいとおいて

$$1 = a(A-x) + bx = (b-a)x + Aa$$

係数を比較

$$b-a=0, \quad Aa=1$$

|         |             |    |     |
|---------|-------------|----|-----|
| 104 ページ | 章末問題 5.5(1) | 解答 | 3/4 |
|---------|-------------|----|-----|

これから  $a = \frac{1}{A}, b = \frac{1}{A}$

$$\frac{1}{A} \int \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{A-x} \right) dx = kt + C$$

$$\frac{1}{A} (\log |x| - \log |A-x|) = kt + C$$

$$\frac{x}{A-x} = \pm e^{CA} e^{kAt} = C e^{kAt}$$

$\pm e^{CA}$  を改めて  $C$  とおく

$$x = Ce^{kAt}(A - x)$$

$$(1 + Ce^{kAt})x = CAe^{kAt}$$

$$\therefore x = \frac{CAe^{kAt}}{1 + Ce^{kAt}}$$

( $C$  は任意定数)