

(1) $x = \frac{1}{y}$, $\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{y^2} \frac{dy}{dt}$ を方程式に代入

$$-\frac{1}{y^2} \frac{dy}{dt} + \frac{1}{y} = \frac{t}{y^2}$$

よって

$$\frac{dy}{dt} - y = -t \quad \text{1 階線形}$$

$$(2) \frac{dy}{dt} - y = 0 \text{ より } y = Ce^t$$

定数変化法で $y = ue^t$ とおく

$$\frac{dy}{dt} = \frac{du}{dt}e^t + ue^t$$

代入して整理すると

$$\frac{du}{dt} = -te^{-t}$$

$$\begin{aligned} u &= - \int t e^{-t} dt = t e^{-t} - \int e^{-t} dt \\ &= t e^{-t} + e^{-t} + C \end{aligned}$$

$$\therefore y = t + 1 + C e^t$$

よって

$$x = \frac{1}{t + 1 + C e^t}$$