

$u = xy$ とおく。

$$\begin{aligned} z_x &= (e^u)'(xy)_x \\ &= ye^u = ye^{xy} \end{aligned}$$

また、与式での x, y の対称性から、 $z_y = xe^{xy}$

$$\begin{aligned} z_{xx} &= y(e^u)'(xy)_x \\ &= y^2 e^u = y^2 e^{xy} \end{aligned}$$

また、与式での x, y の対称性から、 $z_{yy} = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} z_{xy} &= (y)_y e^u + y(e^u)'(xy)_y \\ &= e^u + xye^u = (1 + xy)e^{xy} \end{aligned}$$

$$z_{yx} = z_{xy}$$