

$$\begin{cases} z_x = 3x^2 + 2y^2 - 12 = 0 \\ z_y = 4xy = 0 \end{cases}$$

第2式より $x = 0$ または $y = 0$. 第1式に $x = 0$ を代入すれば $y = \pm\sqrt{6}$, $y = 0$ を代入すれば $x = \pm 2$. したがって, 極値の必要条件を満たす点は, $(x, y) = (0, \pm\sqrt{6}), (\pm 2, 0)$

第2次偏導関数を求めると,

$$z_{xx} = 6x, \quad z_{yy} = 4x, \quad z_{xy} = 4y$$

(i) $(0, \pm\sqrt{6})$ のとき

$$z_{xx} = z_{yy} = 0, \quad z_{xy} = \pm 4\sqrt{6} \text{ より,}$$

$$D = 0 \cdot 0 - (\pm 4\sqrt{6})^2 = -96 < 0$$

したがって, 極値をとらない。

126 ページ	章末問題 6.2(3)	解答	3/3
---------	-------------	----	-----

(ii) $(\pm 2, 0)$ のとき

$z_{xx} = \pm 12, z_{yy} = \pm 8, z_{xy} = 0$ (複合同順) より,

$$D = (\pm 12)(\pm 8) - 0^2 = 96 > 0$$

$(2, 0)$ では, $z_{xx} > 0$ より, 極小値 -16 をとる。

$(-2, 0)$ では, $z_{xx} < 0$ より, 極大値 16 をとる。