

2重積分での積分領域 D は

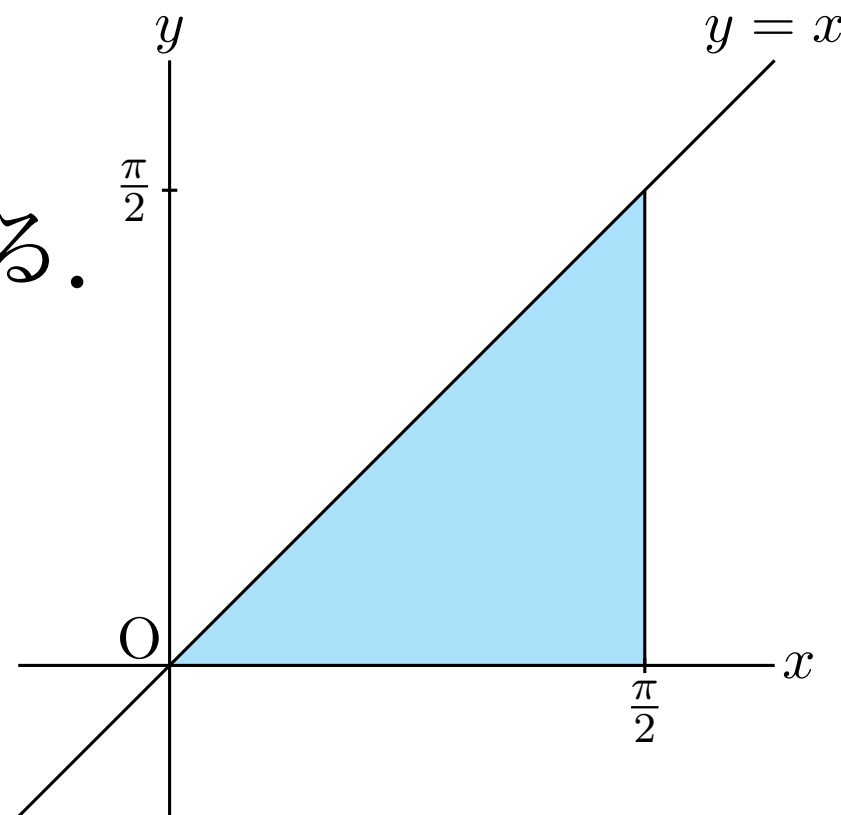
$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq y \leq x$$

で表され、図のようになる.

これから、不等式

$$0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, \quad y \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

のようにも表される.



$$\begin{aligned}\iint_D \sin x \sin^3 y \, dx dy &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_y^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin^3 y \, dx \right\} dy \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 y \left[-\cos x \right]_y^{\frac{\pi}{2}} dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 y \cos y \, dy\end{aligned}$$

$$\sin y = t \text{ とおく}$$

$$\cos y \, dy = dt$$

$$\begin{array}{c|c} y & 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ \hline t & 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

$$\text{与式} = \int_0^1 t^3 dt = \left[\frac{t^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{4}$$