

2重積分での積分領域 D は

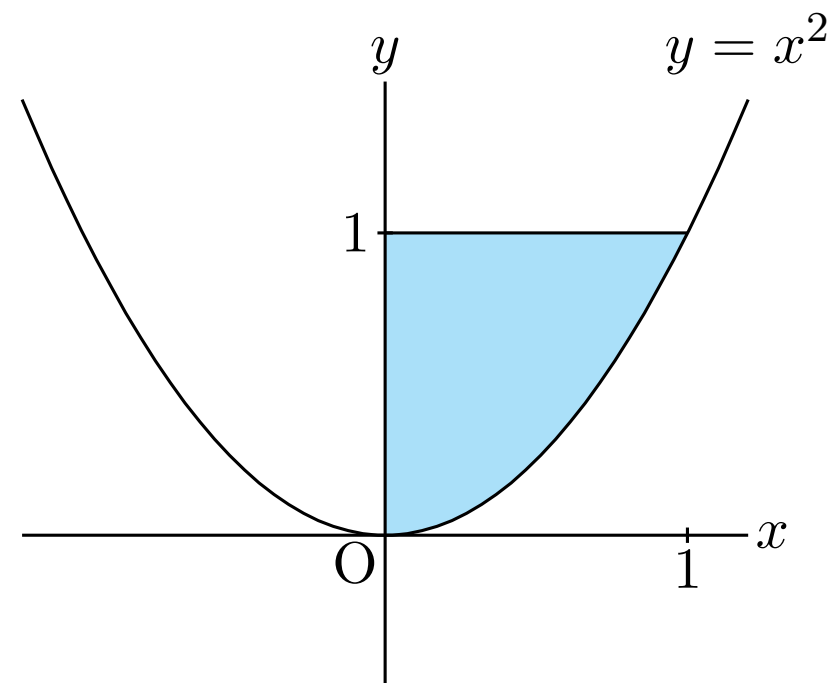
$$0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1$$

で表され，図のようになる．

これから，不等式

$$0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq \sqrt{y}$$

のようにも表される．



$$\begin{aligned}\iint_D x \sin \pi y^2 dx dy &= \int_0^1 \left\{ \int_0^{\sqrt{y}} x \sin \pi y^2 dx \right\} dy \\ &= \int_0^1 \sin \pi y^2 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{\sqrt{y}} dy = \frac{1}{2} \int_0^1 y \sin \pi y^2 dy\end{aligned}$$

$$\pi y^2 = t \text{ とおくと}$$

$$2\pi y dy = dt$$

$$\begin{array}{c|c} y & 0 \rightarrow 1 \\ \hline t & 0 \rightarrow \pi \end{array}$$

144 ページ	章末問題 7.3(3)	解答	3/3
---------	-------------	----	-----

$$\text{与式} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin t \, dt = \frac{1}{4\pi} \left[-\cos t \right]_0^\pi = \frac{1}{2\pi}$$