

2重積分での積分領域  $D$  は

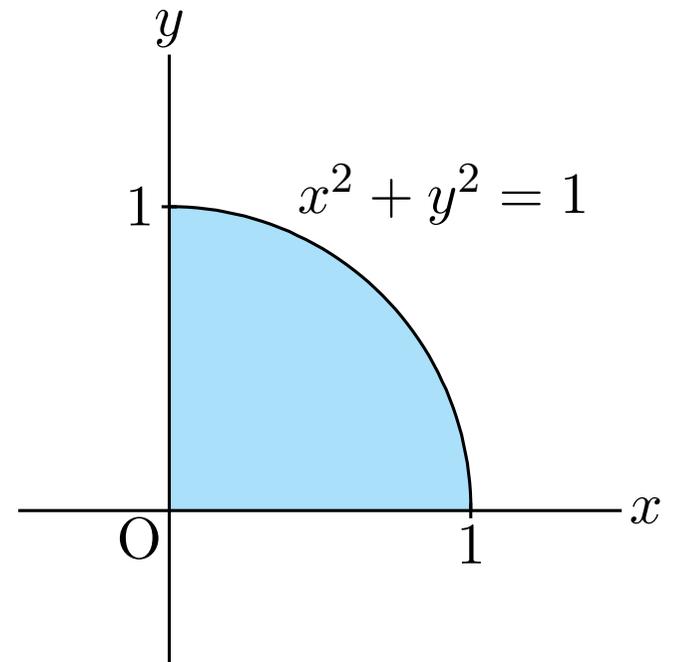
$$0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq \sqrt{1 - y^2}$$

で表され、図のようになる。

これから、不等式

$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}$$

のようにも表される。



$$\begin{aligned} \iint_D \sqrt{1-x^2} \, dx dy &= \int_0^1 \left\{ \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2} \, dy \right\} dx \\ &= \int_0^1 \sqrt{1-x^2} \left[ y \right]_0^{\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= \int_0^1 (1-x^2) dy = \left[ x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$