

145 ページ	章末問題 7.8(1)	解答	1/3
---------	-------------	----	-----

$$\begin{cases} x = u + v \\ y = u - 2v \end{cases} \text{ より,}$$

$$x_u = 1, \quad x_v = 1$$

$$y_u = 1, \quad y_v = -2$$

ヤコビアンは

$$J = x_u y_v - x_v y_u = -2 - 1 = -3$$

145 ページ	章末問題 7.8(1)	解答	2/3
---------	-------------	----	-----

変数変換の公式より, 140 ページ 公式 7.4

$$dxdy = |J|dudv = |-3|dudv = 3dudv$$

また被積分関数は,

$$xy = (u + v)(u - 2v) = u^2 - uv - 2v^2$$

と表される.

以上より,

$$\begin{aligned}\iint_D xy \, dx dy &= \iint_D (u^2 - uv - 2v^2) \cdot 3 \, du dv \\ &= 3 \int_{-1}^1 \left\{ \int_0^1 (u^2 - uv - 2v^2) \, du \right\} dv \\ &= 3 \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}v - 2v^2 \right) dv = -2\end{aligned}$$