$$\begin{cases} x = 3u\cos v \\ y = 2u\sin v \end{cases}$$ より,

$$x_u = 3\cos v, \quad x_v = -3u\sin v$$
$$y_u = 2\sin v, \quad y_v = 2u\cos v$$

ヤコビアンは

$$J = x_u y_v - x_v y_u = 6u\cos^2 v + 6u\sin^2 v = 6u$$

変数変換の公式より,　　　140 ページ 公式 7.4

$$dxdy = |J|dudv = |6u|dudv = 6ududv$$

D を表す不等式より $u \geqq 0$

また被積分関数は,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 9u^2 \cos^2 v + 4u^2 \sin^2 v \\ &= (5\cos^2 v + 4)u^2 \end{aligned}$$

$$\iint_D (x^2+y^2)\,dxdy = \iint_D (5\cos^2 v+4)u^2\cdot 6ududv$$

$$= 6\int_0^{2\pi}\left\{\int_0^1 (5\cos^2 v+4)u^3du\right\}dv$$

$$= \frac{3}{2}\int_0^{2\pi}(5\cos^2 v+4)dv$$

$$\frac{3}{2}\int_0^{2\pi}(5\cos^2 v + 4)dv$$

4ページ 公式 1.3(2) 半角の公式

$$= \frac{3}{2}\int_0^{2\pi}\left(5\cdot\frac{1+\cos 2v}{2}+4\right)dv$$

$$= \frac{3}{2}\left[\frac{5}{2}\left(v+\frac{1}{2}\sin 2v\right)+4v\right]_0^{2\pi} = \frac{39\pi}{2}$$